

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Хакасский технический институт – филиал федерального государственного автономного  
образовательного учреждения высшего образования  
**«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

## **ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА**

по дисциплине  
Б1.О.30 Сопротивление материалов

Направление подготовки  
08.03.01 Строительство

Направленность (профиль)  
08.03.01.01 Промышленное и гражданское строительство

# 1 Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения, соотношенных с результатами обучения по дисциплине (модулю), практике и оценочными мероприятиями

Семестр	Код и наименования индикатора компетенции	Результаты обучения	Оценочные мероприятия
3 (зачет)	<b>ОПК-1:</b> Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	<b>Знать:</b> сущность и виды деформаций; методики расчета элементов конструкции методом предельных состояний при простых и сложных деформациях; законы Гука при растяжении (сжатии), чистом сдвиге, при кручении и изгибе; напряженное и деформированное состояние в точке, теории прочности; методики решения статически определимых и статически неопределимых задачи; методики определение перемещений, определять устойчивость сжатых стержней при продольно-поперечном изгибе;	ОС-1
		<b>Уметь:</b> составлять расчетные схемы, определять внутренние силовые факторы и строить их эпюры; определять требуемые размеры сечения при простых и сложных деформациях; выполнять поверочные расчеты на прочность и жесткость при всех видах деформаций; подбирать размеры сечений из условия устойчивости; решать статически определимые и статически неопределимые задачи	ОС-2
		<b>Владеть:</b> навыками: <ul style="list-style-type: none"> <li>• обработки и анализа результатов опытов;</li> <li>• самостоятельной работы с литературой и справочниками</li> </ul>	

## 2 Типовые оценочные средства с описанием шкал оценивания и методическими материалами, определяющими процедуру проведения и оценивания достижения результатов обучения

### 2.1 Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль знаний необходим для проверки усвоения учебного материала и его закрепления. Контроль следует проводить на протяжении всего периода изучения дисциплины. Текущий контроль осуществляется в процессе практических и лекционных занятий. Формой текущего контроля является оценка по практическим работам.

### 2.2 Промежуточная аттестация

Учебным планом изучения дисциплины предусмотрена сдача экзамена на 2-м курсе в 3-м семестре. Для сдачи экзамена предусмотрены ОС-1 (контрольные вопросы) и ОС-2 (практические задания).

### Оценочное средство 1 - ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ (ОС-1)

1. Основные понятия сопротивления материалов. Прочность, жесткость, устойчивость
2. Основные гипотезы сопротивления материалов
3. Реальный объект и расчетная схема
4. Схематизация внешних сил
5. Метод сечений
6. Внутренние силы в сечениях бруса
7. Общие принципы расчета элементов конструкции
8. Продольные силы и их эпюры
9. Напряжения и деформации при растяжении и сжатии
10. Закон Гука при растяжении и сжатии

11. Основные механические характеристики материалов
12. Допускаемые напряжения и коэффициент запаса
13. Три основные задачи расчета на растяжение (сжатие)
14. Геометрические характеристики сечений
15. Моменты инерции простых и сложных фигур
16. Изгибающий момент и поперечная сила при изгибе, правило знаков.
17. Дифференциальные зависимости при изгибе
18. Распределение деформации и напряжения в сечении при изгибе
19. Три основные задачи расчета балок на изгиб
20. Напряжения и деформации в сечении при кручении круглого вала
21. Три основные задачи расчета круглого вала на кручение
22. Изгибающий момент и поперечная сила при изгибе, правило знаков.
23. Дифференциальные зависимости при изгибе
24. Распределение деформации и напряжения в сечении при изгибе
25. Три основные задачи расчета балок на изгиб
26. Напряжения и деформации в сечении при кручении круглого вала
27. Три основные задачи расчета круглого вала на кручение
28. Косой изгиб
29. Внецентренное растяжение (сжатие)
30. Каноническое уравнение метода сил при расчете статически неопределимых балок
31. Явление усталости. Основные характеристики циклов нагружения
32. Экспериментальное определение характеристик усталости. Кривая усталости
33. Устойчивость сжатых стержней. Формула Эйлера
34. Учет условий закрепления концов стержня при определении критической силы потери устойчивости
35. Динамические нагрузки
36. Удар

### **Оценочное средство 2 – Типовые задачи (ОС-2)**

#### Перечень тем типовых задач (ОС-2)

1. Проверка прочности и жесткости стержня
2. Проверка прочности и жесткости вала
3. Определение геометрических характеристик плоских фигур (профили проката и простые геометрические фигуры)
4. Проектирование (подбор сечения) вала из условия прочности и жесткости
5. Проектирование (подбор сечения из профилей проката или простых геометрических фигур) статически определимых балок, рам из условия прочности
6. Расчет заклепочных, сварных соединений
7. Определение прочности при сложных деформациях: косом изгибе, внецентренном растяжении-сжатии, изгибе с кручением
8. Определение перемещения методом начальных параметров, Интеграла Мора
9. Определение прочности и жесткости статически неопределимых балок методом сил
10. Проектирование (подбор сечения) из условия устойчивости стержневых конструкций
11. Проверка прочности при ударной нагрузке балок и рам.

### ОС-2.1 Тема- Центральное растяжение-сжатие статически определимого ступенчатого стержня

**Исходные данные:** Ступенчатый стержень рис.1 находится под действием продольных расчетных сил  $F_i$  приложенных по концам или в центре соответствующего участка стержня. Материал стержня – сталь с допускаемым напряжением  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ . ( $R = 210 \text{ МПа}$ ).

**Требуется:**

- 1) построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений;
- 2) оценить прочность стержня.

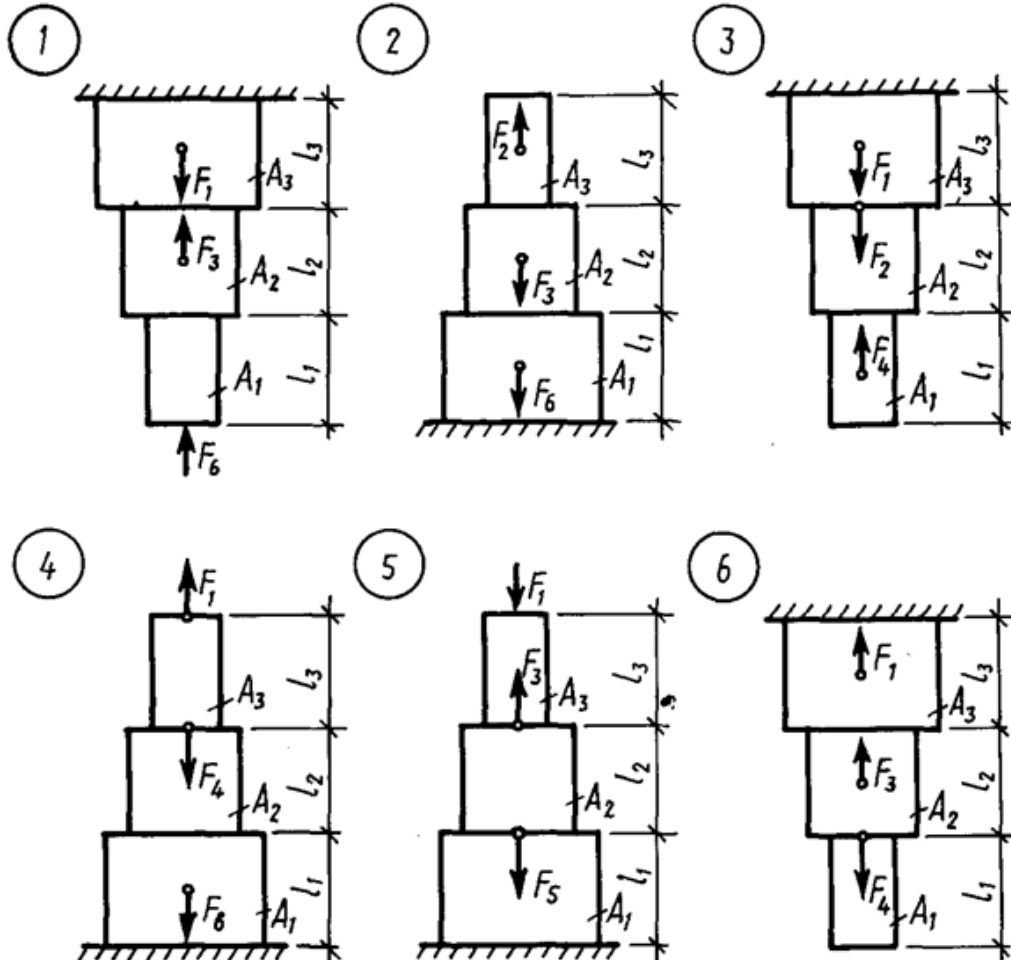


Рисунок 1 – Схемы для расчета ОС-2.1

Таблица 1 – Данные для решения ОС-2.1

Номер задания	Длина участка, см			Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>			Нагрузка, кН					
	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	40	80	50	8	4	6	60	180	160	140	100	80
2	50	46	70	10	4	4	120	80	200	160	120	60
3	80	40	30	14	4	8	80	140	160	60	60	80
4	52	42	62	12	16	8	60	120	160	80	100	40
5	52	42	62	12	16	8	60	120	160	80	100	40
6	78	50	60	8	4	16	120	80	140	100	60	120
7	30	80	42	10	12	6	80	100	120	80	60	80
8	42	62	50	6	12	4	120	140	100	60	80	60
9	60	30	48	10	4	8	140	80	60	100	120	40
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
10	70	50	60	6	8	4	100	120	100	140	40	80
11	62	36	72	12	6	6	120	100	80	60	120	100
12	64	40	64	10	4	4	140	100	120	80	140	80
13	74	48	62	6	8	6	40	120	80	160	200	60
14	54	68	48	4	8	12	180	200	140	100	80	100
15	40	64	72	8	12	8	60	40	140	160	180	60
16	36	80	70	6	10	4	140	100	160	180	120	80
17	50	40	62	4	12	8	60	160	80	120	100	60
18	80	80	40	4	8	10	180	100	140	160	120	120
19	56	46	32	12	6	8	60	160	80	120	100	60
20	60	74	42	6	12	4	140	100	160	180	200	80
21	70	30	40	4	12	6	60	80	160	140	100	80
22	80	40	62	10	4	4	180	140	100	160	140	100
23	44	62	42	6	8	10	140	80	60	180	160	80
24	38	70	60	12	4	6	120	140	120	100	160	140
25	64	30	44	8	6	4	160	120	80	60	160	100
26	70	60	50	4	8	10	180	160	80	100	120	140
27	28	48	80	12	8	6	80	140	60	120	100	160
28	34	70	60	8	10	4	140	200	100	120	80	120
29	62	40	50	6	12	6	60	180	160	140	100	80
30	50	60	48	8	10	8	180	100	140	120	80	80

**Пример решения ОС-2.1**

Для заданного стального стержня (рис. 2.3, а) требуется:

1. Построить эпюры  $N$ ,  $\sigma$ ,  $\lambda$ .

2. Оценить прочность бруса, если  $\sigma_{adm} = 160$  МПа,  $F_1 = 40$  кН,

$F_2 = 120$  кН,  $F_3 = 180$  кН,  $A_1 = 5$  см<sup>2</sup>,  $A_3 = 10$  см<sup>2</sup>,  $l_1 = 30$  см,  $l_3 = 50$  см.

**Решение:**

1. Разбиваем стержень на участки. Для данного стержня получается 6 участков.

2. Строим эпюру продольных усилий (эпюра  $N$ ). Продольную силу в поперечном сечении определяем, проецируя внешние силы, приложенные ниже рассматриваемого сечения, на ось бруса.

$$\begin{aligned}
N_1 &= 0 \text{ кН;} \\
N_2 &= F_1 = 40 \text{ кН;} \\
N_3 &= F_1 = 40 \text{ кН;} \\
N_4 &= F_1 - F_2 = 40 - 120 = 80 \text{ кН;} \\
N_5 &= F_1 - F_2 = 40 - 120 = 80 \text{ кН;} \\
N_6 &= F_1 - F_2 + F_3 = 40 - 120 + 180 = 100 \text{ кН;}
\end{aligned}$$

Эпюру  $N$  начинаем строить со свободного конца, то есть с I участка.

3. Строим эпюру нормальных напряжений (эпюра  $\sigma$ ).

Для этого определим нормальные напряжения на каждом участке:

$$\sigma_1 = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{40 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} = 80 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{40 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 40 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_2} = \frac{-80 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -80 \text{ МПа}$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{A_3} = \frac{80 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 80 \text{ МПа}$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{A_3} = \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 100 \text{ МПа}$$

По полученным значениям строим эпюру  $\sigma$  (рис. 2.3, в).

4. Проверяем прочность стержня:

$$\sigma_{\max} = 100 \text{ МПа} \leq \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа} \quad \text{Условие прочности выполняется.}$$

5. Построим эпюру перемещений (эпюра  $\lambda$ ).

Для этого определим перемещения характерных сечений, в каждом из которых они равны сумме перемещения предыдущего сечения ( $\lambda_{i-1}$ ) и деформации участка ( $\Delta l_i$ ):  $\lambda_i = \lambda_{i-1} + \Delta l_i$ , где  $\Delta l$  относительное удлинение.

По границам участков, начиная от жесткой заделки (где  $\lambda = 0$ ) отмечаем буквами ( $a, b, c, d, e, f$ ) характерные сечения (рис. 2.3, а).

$$\lambda_c = \lambda_b + \Delta l_{cb} = \lambda_b + \frac{N_5 \cdot l_3 / 2}{E \cdot A_3} = 1,25 \cdot 10^{-4} - \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= (1,25 - 1) \cdot 10^{-4} = 0,25 \cdot 10^{-4} (\text{м});$$

$$\lambda_d = \lambda_c + \Delta \lambda_{cd} = \lambda_c + \frac{N_4 \cdot l_2 / 2}{E \cdot A_2} = 0,25 \cdot 10^{-4} - \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 8 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= (0,25 - 1,5) \cdot 10^{-4} = -1,25 \cdot 10^{-4} (\text{м});$$

$$\lambda_e = \lambda_d + \Delta \lambda_{de} = \lambda_d + \frac{N_3 \cdot l_2 / 2}{E \cdot A_2} = -1,25 \cdot 10^{-4} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 8 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= (-1,25 + 0,75) \cdot 10^{-4} = -0,5 \cdot 10^{-4} (\text{м});$$

$$\lambda_h = \lambda_e + \Delta \lambda_{eh} = \lambda_e + \frac{N_2 \cdot l_1 / 2}{E \cdot A_1} = -0,5 \cdot 10^{-4} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= -0,5 \cdot 10^{-4} + 0,6 \cdot 10^{-4} = -0,1 \cdot 10^{-4} (\text{м});$$

$$\lambda_g = \lambda_h + \Delta l_{hg} = 0,1 \cdot 10^{-4} + 0 = 0,1 \cdot 10^{-4} (\text{м}).$$

По полученным значениям строим эпюру  $\lambda$  (рис. 2.3, з).

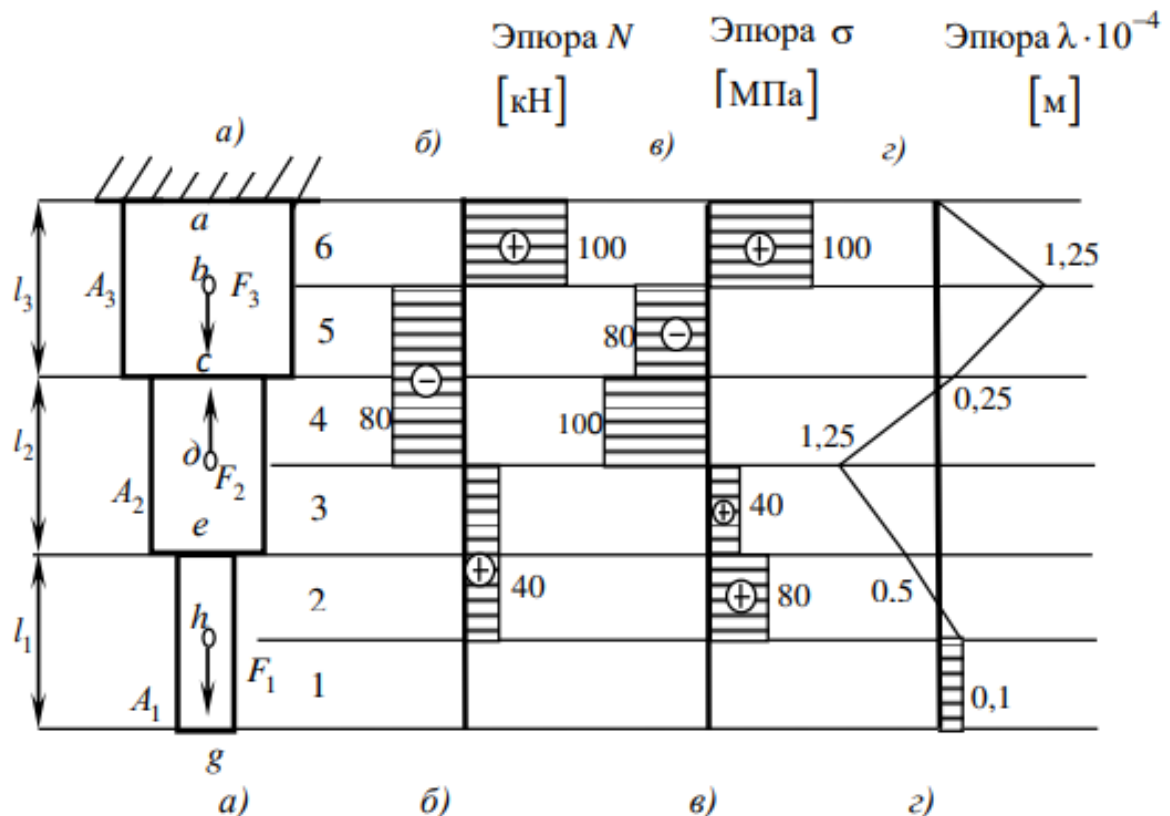


Рисунок 2– Графическое решение ОС-2.1

## ОС-2.2 ТЕМА ИЗГИБ

**Исходные данные:** Для заданных схем балок рис.3, табл. 2.

**Требуется:**

- 1) определить опорные реакции;
- 2) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;
- 3) подобрать необходимые размеры поперечных сечений (форма сечения – по указанию преподавателя);
- 4) для балки 2 подобрать сечение двутаврового профиля и проверить прочность принятого сечения по нормальным и касательным напряжениям;
- 5) в одном из сечений балки, где имеют  $Q$  и  $M$  большие значения, проверить прочность материала на уровне примыкания полки к стенке по энергетической теории прочности.

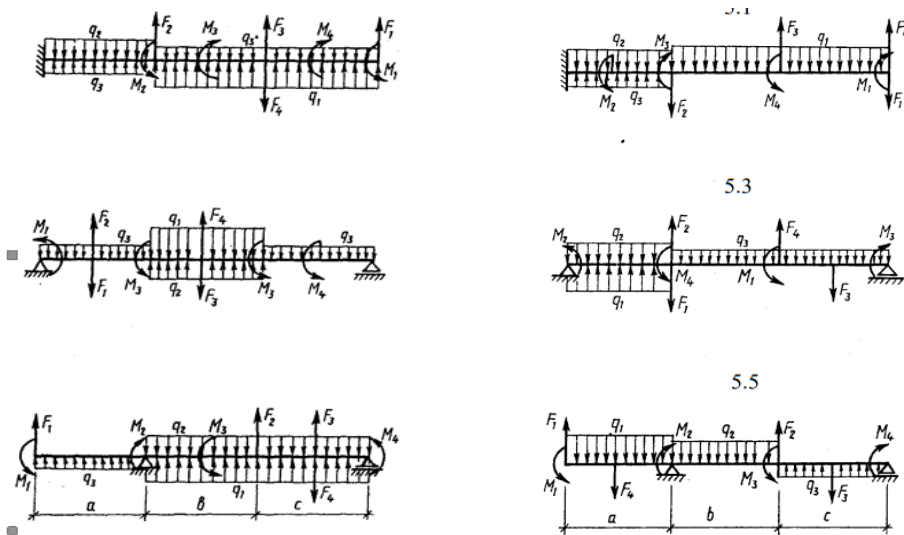


Рисунок 3. – Схемы для решения ОС-2.2

Таблица 2 – Данные для ОС-2.2

Номер варианта	Размеры, м			Нагрузки			Индексы нагрузки		
	a	b	c	q кН/м	F Н	M кН·м	q	F	M
1	2,0	2,0	1,6	12	10	24	3	1	1
2	2,0	1,6	2,0	6	20	12	1	1	3
3	2,4	1,6	2,0	16	10	32	1	3	3
4	2,0	1,6	2,4	14	12	30	1	4	2
5	2,4	2,0	2,0	12	16	24	2	4	1
6	1,6	2,0	2,0	8	18	16	2	1	1
7	2,4	2,0	1,6	10	20	20	1	2	1
8	2,0	2,4	2,0	12	16	24	1	4	4
9	2,0	2,0	1,6	12	10	24	3	1	3
10	2,0	1,6	2,0	8	16	16	3	1	4
11	1,6	2,0	2,4	12	16	24	1	4	1
12	2,4	2,0	2,0	10	20	20	3	4	2
13	1,6	2,0	2,4	12	16	18	1	3	2
14	2,0	2,4	2,0	16	10	30	1	3	4
15	2,4	2,0	2,4	8	12	24	1	4	3
16	1,6	2,0	2,0	8	16	16	2	1	2
17	2,0	2,4	2,0	12	18	24	3	3	1
18	2,0	2,4	1,6	10	24	16	2	2	1
19	2,0	2,0	2,4	8	24	18	1	2	3
20	2,0	2,0	1,6	6	20	12	1	1	1
21	1,6	2,0	2,4	10	20	20	2	3	1
22	2,0	1,6	2,0	8	24	12	2	1	1
23	2,4	2,0	2,0	16	10	30	1	3	1
24	2,0	2,4	1,6	8	24	16	1	2	2
25	1,6	2,0	1,6	12	10	24	3	1	2



## Пример решения ОС-2.2

**Пример 5.1.** Стальная балка (рис.5.2) нагружена сосредоточенной силой  $F = 8\text{кН}$ , распределенной нагрузкой  $q = 10\text{кН/м}$ , сосредоточенным моментом  $M = 4\text{кНм}$ . Допускаемое нормальное напряжение стали  $\sigma_{adm} = 160\text{МПа}$ , касательное  $\tau_{adm} = 100\text{МПа}$ .

**Требуется:**

- 1) Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
- 2) Подобрать необходимые размеры поперечного сечения.
- 3) Вычислить наибольшее касательное напряжение в сечении с максимальным значением поперечной силы.
- 4) В опасном сечении балки определить напряжения в уровне примыкания полки и стенки и проверить прочность материала по энергетической теории прочности.
- 5) построить эпюры нормальных, касательных, главных и максимальных касательных напряжений в сечении.

**Решение:**

1. Определим опорные реакции из уравнений равновесия:

$$\sum M_A = F \cdot 6 + q \cdot 4 \cdot 1 - M - R_B \cdot 5 = 0$$

$$R_B = \frac{F \cdot 6 + q \cdot 4 - M}{5} = 16,8(\text{кН})$$

$$\sum M_B = F \cdot 5 - M - q \cdot 4 \cdot 4 + R_A = 0$$

$$R_A = \frac{-F \cdot 5 + M + q \cdot 4 \cdot 4}{5} = 31,2(\text{кН})$$

*Проверка:*

$$\sum F_y = R_B + R_A - F - q \cdot 4 = 0$$

$$16,8 + 31,2 - 8 - 4 \cdot 10 = 0$$

- 1) Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 5.2.):

*Участок 1:*  $0 \leq x_1 \leq 1$

$$Q_1 = -q \cdot x_1 = \begin{cases} 1; Q_1 = -10 \cdot 1 = -10\text{кН}; \\ 0; Q_2 = 0; \end{cases}$$

$$M_1 = -q \frac{x_1^2}{2} = \begin{cases} 1; M_1 = -10 \frac{1^2}{2} = -5\text{кНм}; \\ 0; M_2 = 0; \end{cases}$$

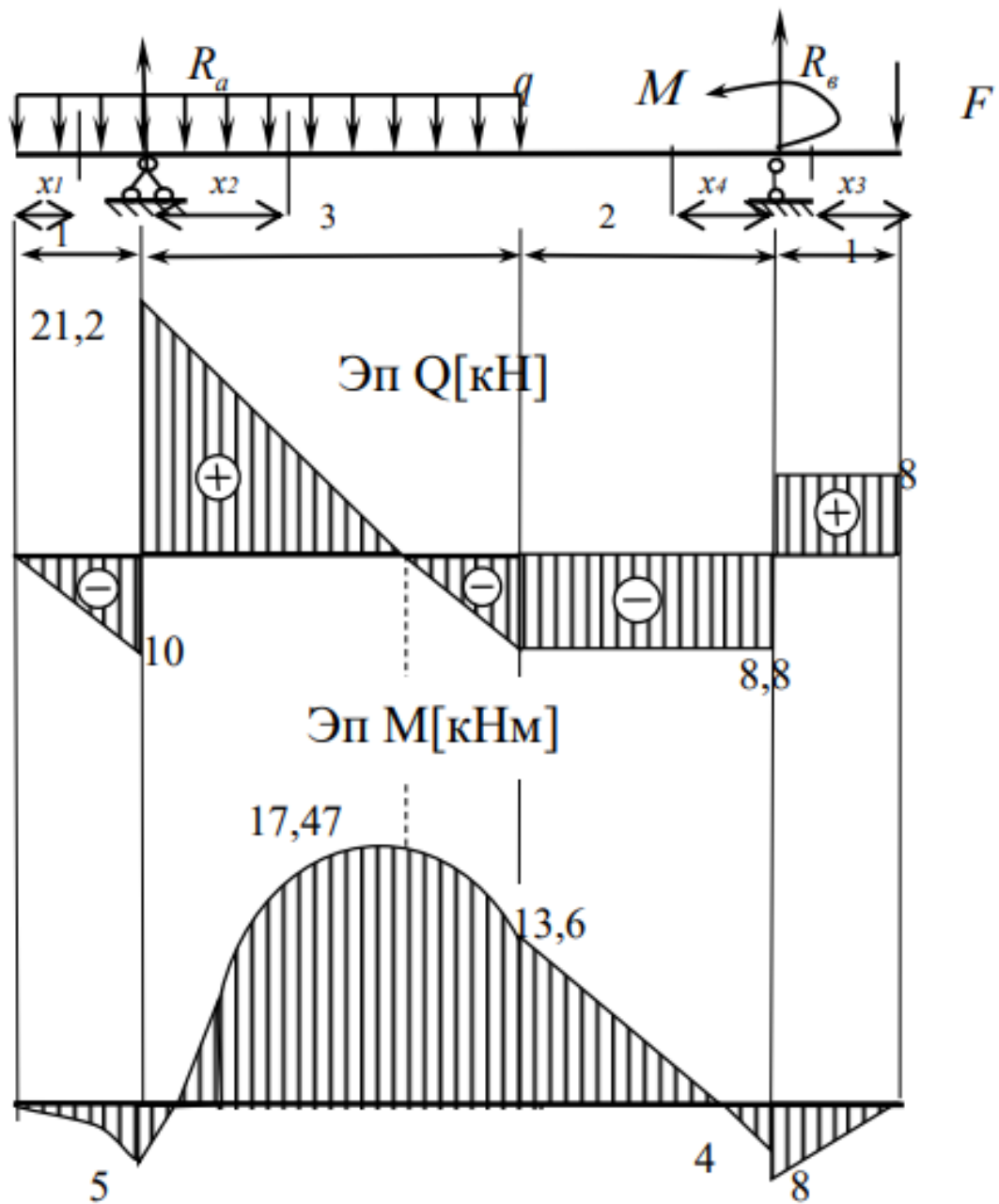


Рис. 5.2

Участок 2:  $0 \leq x_2 \leq 3$

$$Q_2 = R_A - q(1 + x_2) = \begin{cases} 3; Q_2 = 31,2 - 10 \cdot 4 = -8,8 \text{ кН}; \\ 0; Q_2 = 31,2 \text{ кН}; \end{cases}$$

$$M_2 = R_A * x_2 - q \frac{(1 + x_2)^2}{2} = \begin{cases} 3; M_2 = 31,2 \cdot 3 - 10 \frac{16}{2} = 13,6 \text{ кНм}; \\ 0; M_2 = -\frac{10}{2} = -5 \text{ кНм}; \end{cases}$$

Определим значение экстремального момента на 2 участке:

$$Q_2 = R_A - q(1 + x_2) = 0$$

$$R_A - q - q \cdot x_2 = 0$$

$$x_2 = \frac{R_A - q}{q} = \frac{31,2 - 10}{10} = 2,12 \text{ м}$$

$$M_2 = 31,2 \cdot 2,12 - 10 \frac{(1 + 2,12)^2}{2} = 17,472 \text{ кНм}$$

Участок 3:  $0 \leq x_3 \leq 1$

$$Q_3 = F = 8 \text{ кН};$$

$$M_3 = -F \cdot x_3 = \begin{cases} 1; M_3 = -8 \cdot 1 = -8 \text{ кНм}; \\ 0; M_3 = 0; \end{cases}$$

Участок 4:  $0 \leq x_4 \leq 2$

$$Q_4 = F - R_B = 8 - 16,8 = -8,8 \text{ кН};$$

$$M_4 = -F(1 + x_4) + R_B \cdot x_4 + M = \begin{cases} 2; M_4 = -8 \cdot 3 + 16,8 \cdot 2 + 4 = 13,6 \text{ кНм}; \\ 0; M_4 = -8 + 4 = -4 \text{ кНм}; \end{cases}$$

3) Подберем необходимые размеры поперечного сечения: из условия прочности при изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_Z} \leq \sigma_{adm}$$

следует

$$W_Z = \frac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} = \frac{17,47 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 109,118 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 109,12 \text{ см}^3$$

По сортаменту принимаем двутавр №18, для которого

$$W_z = 143 \text{ см}^3 > W_{mp} = 109,12 \text{ см}^3, h = 180 \text{ мм}, b = 90 \text{ мм},$$

$$d = 5,1 \text{ мм}, t = 8,1 \text{ мм}, I_z = 1290 \text{ см}^4, S_z = 81,4 \text{ см}^3.$$

4) Вычислим наибольшее касательное напряжение в сечении с максимальным значением поперечной силы:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_z}{b \cdot J_z} = \frac{21,2 \cdot 10^3 \cdot 81,4 \cdot 10^{-6}}{5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 26,23 \text{ МПа}$$

5) Определим в опасном сечении балки напряжения в уровне примыкания полки и стенки (рис.5.3), и проверим прочность материала по энергетической теории прочности: Опасное сечение определяем по эпюрам М и Q, им является сечение I-I:

$$M_{I-I} = 13,6 \text{ кНм}; Q_{I-I} = 8,8 \text{ кН}.$$

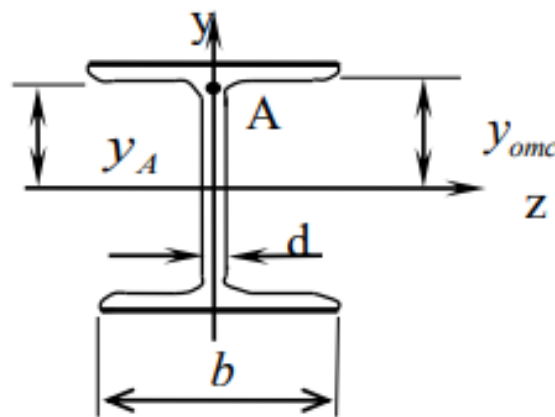


Рис. 5.3

$$\sigma_A = \frac{M_{I-I}}{I_z} \cdot y_A = \frac{13,6 \cdot 10^3}{1290 \cdot 10^{-8}} \cdot 8,19 \cdot 10^{-2} = 86,34 \text{ МПа}$$

$$y_A = \frac{h}{2} - t = \frac{18}{2} - 0,81 = 8,19 \text{ см} = 8,19 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\tau_A = \frac{Q_{I-I} \cdot S_z^{\text{омс}}}{b \cdot I_z} = \frac{8,8 \cdot 10^3 \cdot 62,658 \cdot 10^{-6}}{5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 8,38 \text{ МПа}$$

$$S_z^{\text{омс}} = b \cdot t \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = 9 \cdot 0,81 \cdot \left( \frac{18}{2} - \frac{0,81}{2} \right) = 62,658 \text{ см}^3$$

Проверим прочность сечения по III теории прочности:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{86,34^2 + 4 \cdot 8,38^2} = 87,95 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$$

Условие прочности выполняется.

5) Построим эпюры нормальных (рис. 5.4, а), касательных (рис. 5.4, б), максимальных касательных (рис. 5.4, в) напряжений в сечении .

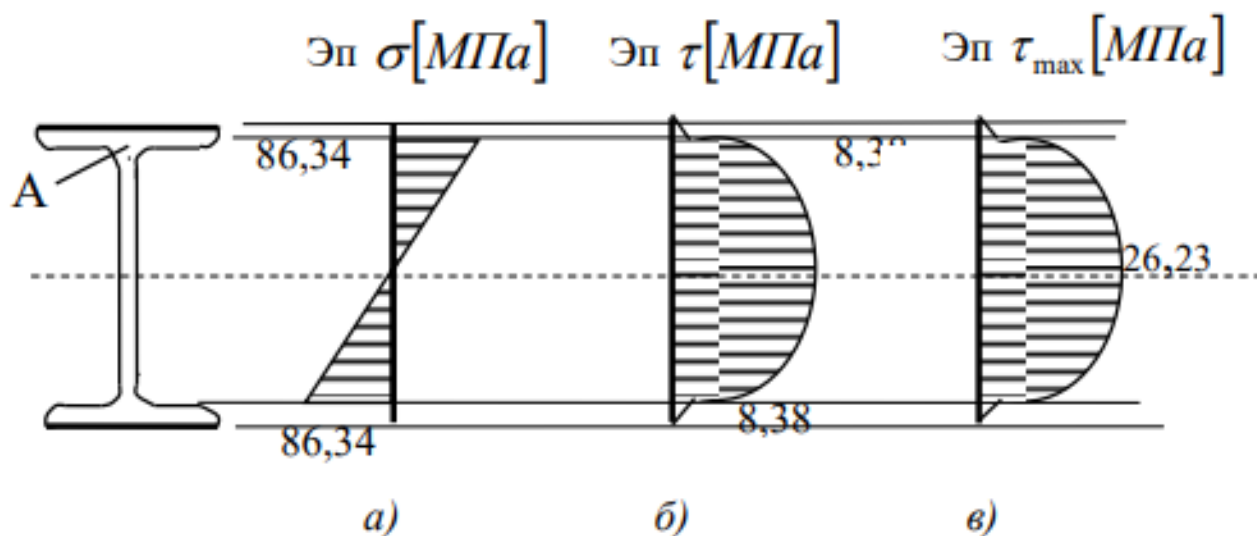


Рис. 5.4

### ОС-2.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ

**Примеры решения задач:**

**Исходные данные:** Двутавровая балка (в) находится под действием нагрузок, приложенных согласно расчетным схемам. Допускаемые напряжения и прогиб балки равны соответственно  $\sigma_{adm} = 160$  МПа,  $[y] = l/500$ .

**Требуется:**

1. определить размеры поперечного сечения;
2. определить прогибы по середине пролета и на конце консоли, а также углы поворота на опорах методом начальных параметров и по правилу Верещагина;
3. проверить жесткость балки и построить упругую линию балки.

Схемы для расчета – схемы в к задаче 4, числовые данные в табл. 5.1.

**Исходные данные:** Стальная балка загружена, как показано на схеме  $F = 2$  кН,  $q = 3$  кН/м,  $M = 4$  кНм (рис. 6.6). Сечение балки двутавровое № 20 ( $I_z = 1840$  см<sup>4</sup>). Допускаемый прогиб балки  $[y] = l/500$ .

**Требуется:**

1. определить прогибы по середине пролета и на конце консоли, а также углы поворота на опорах методом начальных параметров и по правилу Верещагина;
2. проверить жесткость балки и построить упругую линию балки.

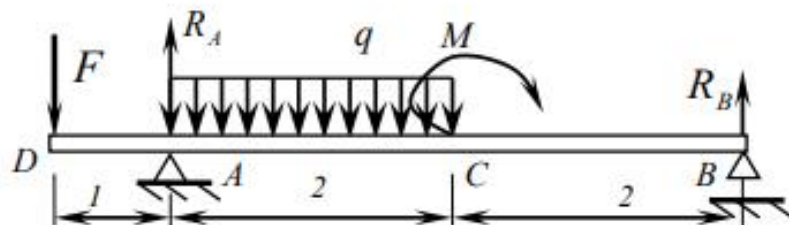


Рис. 6.6

**Решение:**

**1. Определим опорные реакции из уравнений равновесия:**

$$\sum M_A = q \cdot 2 \cdot 1 - R_B \cdot 4 + M - F \cdot 1 = 0;$$

$$R_B = \frac{q \cdot 2 + M - F \cdot 1}{4} = \frac{3 \cdot 2 + 4 - 2 \cdot 1}{4} = 2 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = M + R_A \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 3 - F \cdot 5 = 0;$$

$$R_A = \frac{q \cdot 6 - M + F \cdot 5}{4} = \frac{-4 + 18 + 10}{4} = 6 \text{ кН.}$$

Проверка:  $\sum F_y = R_A + R_B - q \cdot 2 - F = 0; 2 + 6 - 2 - 3 \cdot 2 = 0.$

## 6.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ МЕТОДОМ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

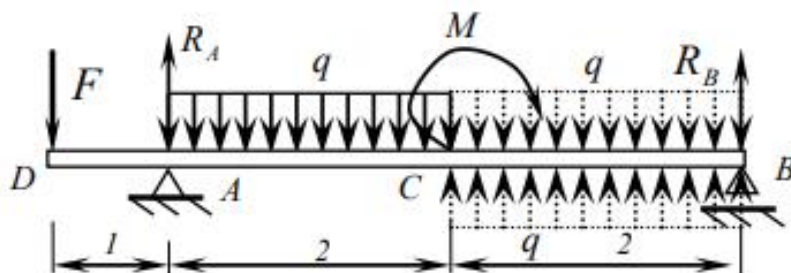
**а) опишем граничные условия:**

Заданная балка аналогична той, что приведена на рис. 6.4, *г*.

$$(\cdot)A: \text{ при } x = 1 \quad y = 0;$$

$$(\cdot)B: \text{ при } x = 5 \quad y = 0.$$

**б) продлим нагрузку  $q$  до конца балки и введем компенсирующую нагрузку такой же интенсивности (рис. 6.7).**



**в) определим начальные параметры (прогиб и угол поворота в начале координат).**

Для этого составим 1-ое уравнение метода начальных параметров (6.2) для каждой из опорных точек:

$$1. EI y_A = EI y_0 + EI \varphi_0 - F \frac{(1-0)^3}{6} = 0;$$

$$EI y_0 + EI \varphi_0 - \frac{F}{6} = 0;$$

$$EI y_0 + EI \varphi_0 - 0,333 = 0.$$

$$2. EI y_B = EI y_0 + EI \varphi_0 \cdot 5 + M \frac{(5-3)^2}{2} - F \frac{(5-0)^3}{6} +$$

$$+ R_A \frac{(5-1)^3}{6} - q \frac{(5-1)^4}{24} + q \frac{(5-3)^4}{24} = 0;$$

$$EI y_0 + EI \varphi_0 \cdot 5 + 8 - 41,66 + 64 - 32 + 2 = 0;$$

$$EI y_0 + EI \varphi_0 \cdot 5 + 0,34 = 0.$$

Решим совместно систему уравнений 1, 2 и определим  $y_0, \varphi_0$ :

$$EI \varphi_0 = -0,1675;$$

$$EI y_0 = 0,4975.$$

**г) определим прогиб по середине пролета (т. С):**

Для этого составим 1-ое уравнение метода начальных параметров (6.2) для т. С:

$$EI y_C = EI y_0 + EI \varphi_0 \cdot 3 + R_A \frac{(3-1)^3}{6} - F \frac{(3-0)^3}{6} - q \frac{(3-1)^4}{24} =$$

$$= 0,4975 - 0,5025 + 8 - 9 - 2 = -3,005;$$

$$y_C = -\frac{3,005 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1840 \cdot 10^{-8}} = -0,00082 \text{ м} = -0,82 \text{ мм}.$$

Знак «-» показывает, что прогиб т. С – вниз.

**д) определим прогиб на конце консоли (т. D):**

Для этого составим 1-ое уравнение метода начальных параметров (6.2) для т.  $D$ :

$$EI y_D = EI y_0 = 0,4975;$$

$$y_D = \frac{0,4975 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1840 \cdot 10^{-8}} = 0,0001352 \text{ м} = 0,1352 \text{ мм}.$$

Знак «+» показывает, что прогиб сечения  $D$  – вверх.

**е) определим угол поворота опоры  $A$ :**

Для этого составим 2-ое уравнение метода начальных параметров (6.2) для т.  $A$ :

$$EI \varphi_A = EI \varphi_0 - F \frac{(1-0)^2}{2} = -0,1675 - 1 = -1,1675;$$

$$\varphi_A = -\frac{1,675 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1840 \cdot 10^{-8}} = -0,00032 \text{ рад.}$$

Знак «-» показывает, что угол поворота т.  $A$  – по часовой стрелке.

**ж) определим угол поворота на опоре  $B$ :**

Для этого составим 2-ое уравнение метода начальных параметров (6.2) для т.  $B$ :

$$\begin{aligned} EI \varphi_B &= EI \varphi_0 + M(5-3) - F \frac{(5-0)^2}{2} + R_A \frac{(5-1)^2}{2} - q \frac{(5-1)^3}{6} + q \frac{(5-3)^3}{6} = \\ &= -0,1675 + 8 - 25 + 32 - 32 + 4 = 2,8325; \\ \varphi_B &= \frac{2,8325 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1840 \cdot 10^{-8}} = 0,00077 \text{ рад.} \end{aligned}$$

Знак «+» показывает, что угол поворота т.  $B$  – против часовой стрелки.

## 6.2 Определение перемещений методом интеграла Мора. Правило Верещагина

Определим прогибы и углы поворота точек балки по правилу Верещагина.



а) построим грузовую эпюру изгибающих моментов  $M_F$  от действия внешней нагрузки (рис. 6.8, а).

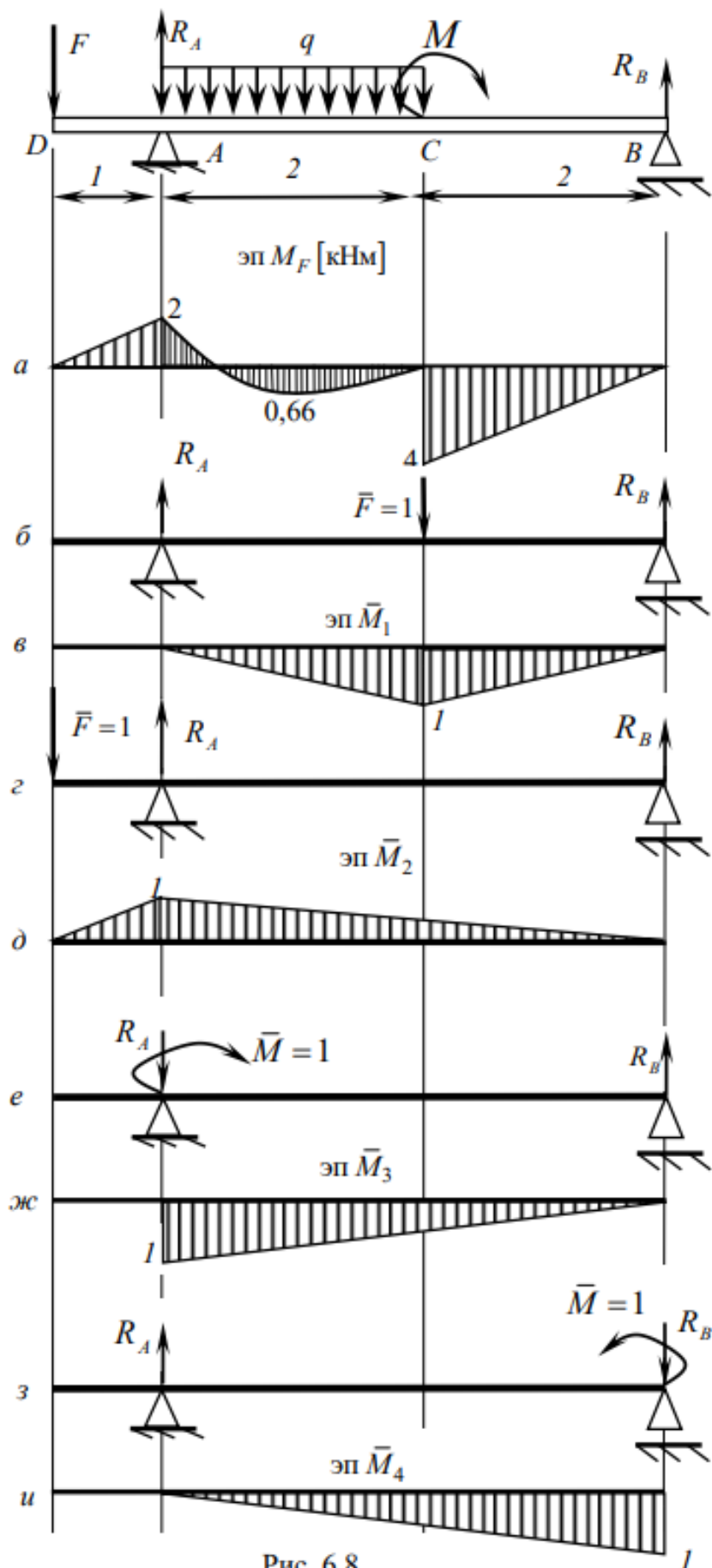


Рис. 6.8

**б) определим прогиб по середине пролета (в т. С)**

Для этого отбросим всю внешнюю нагрузку и в т. С приложим силу  $\bar{F} = 1$  (рис. 6.8, б). Найдем опорные реакции при заданном нагружении и построим эпюру  $\bar{M}_1$  (рис. 6.8, в). Определим  $y_C$  по формуле (6.5):

$$y_C = \frac{M_F \times \bar{M}_1}{EI} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{2}{6}(-2 \cdot 1) + \frac{3 \cdot 2^3}{12} \frac{1}{2} + \frac{2}{6}(2 \cdot 4 \cdot 1) \right] =$$

$$= \frac{1}{EI} (-0,667 + 1 + 2,667) = \frac{3}{EI} = 0,82 \text{ мм.}$$

Знак «+» показывает, что прогиб т. С направлен в ту же сторону, что и единичная сила (вниз).

**в) определим прогиб на конце консоли (т. D).**

Для этого отбросим всю внешнюю нагрузку и в т. D приложим  $\bar{F} = 1$  (рис. 6.8, з). Найдем опорные реакции при заданном нагружении и построим эпюру  $\bar{M}_2$  (рис. 6.8, д). Определим  $y_D$  по формуле (6.5):

$$y_D = \frac{M_F \times \bar{M}_2}{EI} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{6}(2 \cdot 2 \cdot 1) + \frac{2}{6}(2 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5) - \frac{3 \cdot 2^3}{12} \frac{(1+0,5)}{2} + \frac{2}{6}(-2 \cdot 4 \cdot 0,5) \right] =$$

$$= \frac{1}{EI} \left( \frac{4}{6} + \frac{10}{6} - 1,5 - 1,333 \right) = -\frac{0,497}{EI} = -0,1352 \text{ мм.}$$

Знак «-» показывает, что прогиб т. D направлен в сторону противоположную направлению единичной силы (вверх).

**г) определим угол поворота левого опорного сечения (т. А).**

Для этого отбросим всю внешнюю нагрузку и в т. А приложим  $\bar{M} = 1$  (рис. 6.8, е). Найдем опорные реакции при заданном нагружении и построим эпюру  $\bar{M}_3$  (рис. 6.8, ж). Определим  $\varphi_A$  по формуле (6.5):

$$\varphi_A = \frac{M_F \times \bar{M}_3}{EI} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{2}{6}(-2 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,5) + \frac{3 \cdot 2^3}{12} \left( \frac{1+0,5}{2} \right) + \frac{2}{6}(2 \cdot 4 \cdot 0,5) \right] =$$

$$= \frac{1}{EI} (-1,667 + 1,5 + 1,333) = \frac{1,167}{EI} = 0,00032 \text{ рад.}$$

Знак «+» показывает, что угол поворота т. *A* в ту же сторону, что и единичный момент (по часовой стрелки).

**д) определим угол поворота правого опорного сечения (т. *B*).**

Для этого отбросим всю внешнюю нагрузку и в т. *B* приложим  $\bar{M} = 1$  (рис. 6.8, з). Найдем опорные реакции при заданном нагружении и построим эпюру  $\bar{M}_4$  (рис. 6.8, и). Определим  $\varphi_B$  по формуле (6.5):

$$\begin{aligned} \varphi_B &= \frac{M_F \times \bar{M}_4}{EI} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{2}{6} (-2 \cdot 0,5) + \frac{3 \cdot 2^3}{12} \frac{0,5}{2} + \frac{2}{6EI} (2 \cdot 4 \cdot 0,5 + 4 \cdot 1) \right] = \\ &= \frac{1}{EI} (-0,333 + 0,5 + 2,667) = \frac{2,833}{EI} = 0,00077 \text{ рад.} \end{aligned}$$

Знак «+» показывает, что угол поворота т. *B* в ту же сторону, что и единичный момент (против часовой стрелки).

4. Проверка жесткости:

$$\sigma_{\max} = 0,00082 M < [\sigma_{adm}] = \frac{\ell}{500} = 0,008 M$$

Условие жесткости выполняется.

5. Построим упругую линию балки:

Упругую линию строят откладывая от оси балки найденные перемещения (без масштаба) с учетом знака.

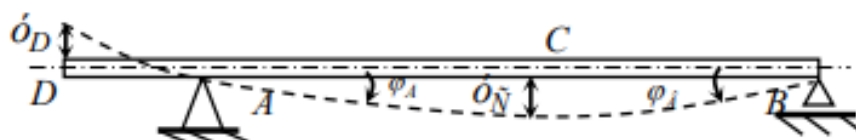


Рис. 6.9

## Примерные задания ОС-2.3

1. Методом начальных параметров.
2. С помощью интеграла Мора по правилу Верещагина.

Задачи 1 и 2 решаются по одной и той же схеме с одними и теми же исходными данными, которые выбирают из рис.1 и табл. 1.

### Исходные данные:

Стальная балка загружена, по расчетной схеме (рис. 1). Допускаемый прогиб балки  $[y] = \frac{\ell}{500}$ , допускаемое напряжение  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ . Числовые данные для расчета приведены в табл. 1.

### Требуется:

1. Подобрать двутавровое сечение балки из условия прочности по нормальным напряжениям (прил. Г).
2. Определить прогибы в точках  $C, D, E$ , а также углы поворота на опорах  $A$  и  $B$  методом начальных параметров (задача 1, прил. Б, Ж) и по правилу Верещагина (задача 2, прил. Б, Ж).

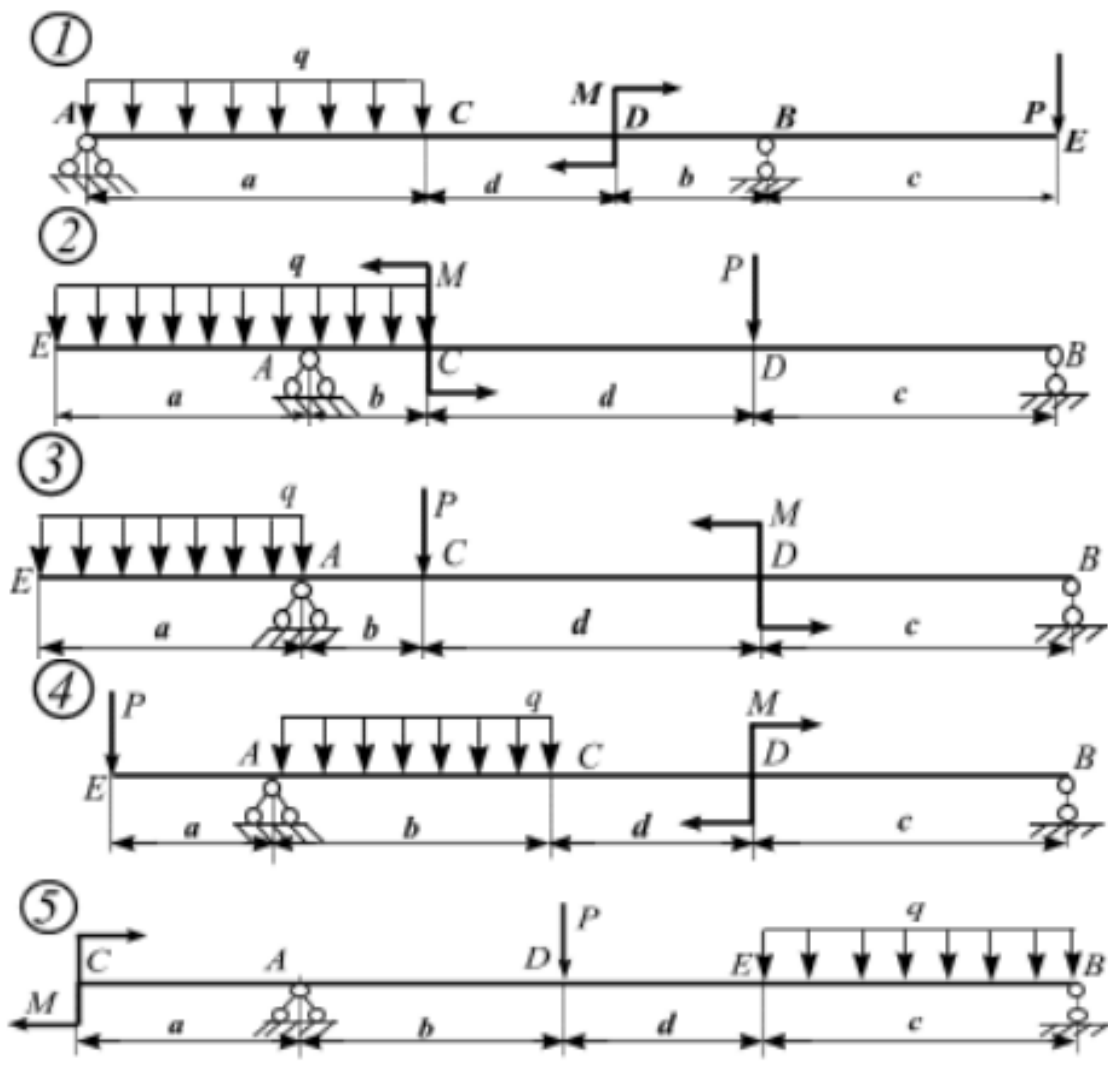


Рисунок 1 – Расчетные схемы ОС-2.3

Таблица 2 – Данные для ОС-2.3

Вариант	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>q</i> , кН/м	<i>P</i> , кН	<i>M</i> , кН·м
	М						
<i>I</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
1	3	1	1	1	12	16	18
2	2	1	2	2	9	14	16
3	1	1	2	2	8	12	14
4	1	2	2	1	6	10	12
5	1	1,5	2	1,5	5	8	20
6	2	1,5	2	1,5	12	16	18
7	1,5	1	2	2	10	14	16
8	2	2	1	2	8	12	14
9	2	3	2	2	6	10	12
10	1,5	2	2	1	5	8	20
11	2	2	1	1	12	16	18
12	2	1	2	2	9	14	16
13	2	1	2	2	8	12	14
14	1	2	2	1	6	10	12
15	1,5	2	2	1	5	8	20
16	2	2	2	1	12	16	18
17	1,5	1	2	2	10	14	16
18	2	2	2	1	8	12	14
19	1	2	1	3	6	10	12
20	1,5	2	2	1	5	8	20
21	1,5	2	1,5	3	12	16	18
22	2	1	2	2	10	14	16
23	2	1	2	2	8	12	14
24	1	2	2	1	6	10	12
25	1,5	2	2	1	5	8	20
26	1,5	2	2	1,5	12	16	18
27	1,5	1	2	2	10	14	16
28	2	2	2	1	8	12	14
29	1	3	1	2	6	10	12
30	1,5	2	2	1	5	8	20

### КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

«ОТЛИЧНО» выставляется обучающемуся, если:

1. Содержание ответа соответствует вопросу.
2. Ответ четко структурирован и выстроен в определенной логике.
3. Продемонстрировано знание материала, отсутствуют фактические ошибки.
4. Показано умелое использование категорий и терминов.
5. Видно умелое владение материалом, изложение сопровождается адекватными примерами и иллюстрациями.

«ХОРОШО» выставляется обучающемуся, если:

1. Содержание ответа соответствует вопросу.
2. Ответ в достаточной степени структурирован и выстроен в определенной логике без нарушения смысла.
3. Продемонстрировано знание материала, отсутствуют фактические ошибки.
4. Показано умелое использование категорий и терминов.
5. Видно достаточное владение материалом, изложение отчасти сопровождается адекватными примерами и иллюстрациями.

«УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» выставляется обучающемуся, если:

1. Содержание ответа в целом соответствует вопросу.
2. Ответ плохо структурирован, нарушена заданная логика.
3. Продемонстрировано достаточное знание материала, имеются фактические ошибки.
4. Ошибки в использовании категорий и терминов.

«НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» выставляется обучающемуся, если:

1. Ответ представляет собой текст без структурирования, части ответа не взаимосвязаны.
2. Продемонстрировано крайне слабое знание материала, имеются фактические ошибки.

Оценка (стандартная)	Оценка в баллах
«Отлично»	84-100
«Хорошо»	67-83
«Удовлетворительно»	50-66
«Неудовлетворительно»	0-49

### 3. ПРОЦЕДУРА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Сдача экзамена производится в экзаменационную сессию по билетам, сформированным из перечня вопросов (ОС-1) к экзамену и типовых ситуационных задач из списка (ОС-2). Один билет содержит 2 теоретических вопроса и 1 задачу.

Экзамен проводит ведущий преподаватель

На экзамен допускаются студенты после успешной сдачи практических работ.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических возможностей (подбираются индивидуально в зависимости от возможностей здоровья студента):

Категории студентов	Виды оценочных средств	Форма контроля и оценки результатов обучения
С нарушением слуха	Контрольные вопросы для экзамена и задача	Преимущественно письменная проверка
С нарушением зрения	Контрольные вопросы для экзамена и задача (в ограниченном объеме)	Преимущественно устная проверка (индивидуально)
С нарушением опорно-двигательного аппарата	Контрольные вопросы для экзамена и задача	Письменная проверка

Разработчики:



/ Е. В. Логинова/